

**БЕСЖАНОВА АЙГУЛЬ ТОЛЕГЕНОВНА**

**ВЕСОВЫЕ ОЦЕНКИ ОДНОГО КЛАССА МАТРИЧНЫХ ОПЕРАТОРОВ  
В ПРОСТРАНСТВЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ**

**АННОТАЦИЯ**

**диссертации на соискание степени доктора философии (PhD) по  
специальности 6D060100 – «Математика»**

**Актуальность темы исследования.** Различные свойства дискретных операторов играют важную роль в различных областях математики, включая теорию функций, гармонический анализ, теорию разностных уравнений, теорию вложения с разностными операторами и спектральную теорию разностных операторов.

В теории матричных операторов особое место занимают вопросы ограниченности, компактности и оценки нормы оператора в различных пространствах последовательностей. Однако в некоторых областях теоретического и прикладного значения, эти вопросы до сих пор остаются открытыми. Например, ограниченность любого матричного оператора, отображающего одно пространство последовательностей Лебега в другое пространство последовательностей Лебега при параметрах  $1 < p, q < \infty$  до сих пор остаётся открытым. Поэтому возникает вопрос об определении некоторых классов матричных операторов, встречающихся при решении различных задач анализа, и исследование их свойств.

Развитие теории матричных операторов берет начало от изучения весовых оценок операторов типа Харди и их обобщений. Фундаментальные результаты в этом направлении были получены Г. Харди, Д. Е. Литтлвудом, Г. Полиа, Б. Опилом, А. Куфнером, Л.-Е. Перссоном и другими учеными. В последующих исследованиях широкое развитие получило изучение классов матриц, удовлетворяющих определенным условиям, в частности класса матриц, называемых «ядрами Ойнарова». Элементы таких матриц удовлетворяют известному дискретному «условию Ойнарова», которое часто встречается в аналогах интегральных операторов типа Вольтерры. Интегральный оператор, ядро которого удовлетворяет условию Ойнарова, охватывает широкий класс операторов дробного интегрирования и позволяет описывать ограниченность и компактность операторов между различными функциональными пространствами.

В настоящее время одним из важных результатов в этом направлении является введение «классов матриц Ойнарова»  $O_n^\pm$  и установление для них необходимых и достаточных условий ограниченности и компактности операторов в весовом пространстве последовательностей Лебега. Однако для случая  $1 < q < p < \infty$  вопрос для операторов, принадлежащих классам  $O_n^\pm, n \geq 2$ , остаётся открытым.

Диссертационная работа посвящена изучению весовых оценок некоторых классов матричных операторов, определённых в весовом пространстве последовательностей Лебега. Исследование направлено на решение одной из актуальных проблем теории матричных операторов — нахождение критериев их ограниченности и компактности, а также исследование весовых оценок матричных операторов на множестве монотонных последовательностей.

**Цель исследования.** Определить необходимые и достаточные условия выполнения весовых неравенств для некоторых классов матричных операторов в пространстве последовательностей Лебега. В исследовании рассматриваются матричные операторы, принадлежащие классу Ойнарова  $\mathcal{O}_2^\pm$ , операторы с переменными пределами суммирования и дискретные операторы типа Гильберта–Стилтьеса.

**Задачи исследования:**

- в терминах элементов матрицы и весовых последовательностей получить необходимые и достаточные условия ограниченности матричного оператора из класса  $\mathcal{O}_2^\pm$  в весовых Лебеговых пространствах последовательностей при  $1 < q < p < \infty$ ;
- найти необходимые и достаточные условия весовых оценок матричных операторов с переменными пределами суммирования в пространствах последовательностей Лебега;
- исследовать весовые оценки матричных операторов с переменными пределами суммирования на множестве монотонных последовательностей;
- сформулировать критерии ограниченности и компактности матричных операторов с переменными пределами суммирования.

**Объект исследования.** Класс матричных операторов в весовых пространствах последовательностей Лебега.

**Методы исследования.** Использовались методы локализации, блочно-диагональный метод Батуева–Степанова, весовые неравенства Харди и классические методы анализа.

**Научная новизна.** В диссертационной работе рассмотрены следующие дискретные операторы: матричные операторы класса Ойнарова  $\mathcal{O}_2^\pm$ , матричные операторы с переменными пределами суммирования и операторы типа Гильберта–Стилтьеса.

Получены следующие результаты:

- в терминах элементов матрицы и весовых последовательностей необходимые и достаточные условия ограниченности матричного оператора из класса  $\mathcal{O}_2^\pm$  в весовых Лебеговых пространствах последовательностей при  $1 < q < p < \infty$ ;
- в терминах элементов матрицы и весовых последовательностей необходимые и достаточные условия ограниченности матричного оператора с переменными пределами суммирования в весовых Лебеговых пространствах последовательностей при  $1 < p \leq q < \infty$ ;

- критерии компактности матричного оператора с переменными пределами суммирования в весовых Лебеговых пространствах последовательностей для случая  $1 < p \leq q < \infty$ ;
- весовая оценка матричного оператора переменными пределами суммирования на множестве монотонных последовательностей;
- весовые оценки дискретного оператора типа Гильберта–Стилтьеса в пространстве последовательностей Лебега  $1 < p, q < \infty$ .

**Теоретическая и практическая значимость.** Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут быть применены в теории функций, в теории вложения дискретных весовых пространств типа Соболева и в теории разностных операторов.

**Апробация результатов.** Основные работы докладывались и обсуждались на:

- международной научной конференции «Актуальные проблемы анализа, дифференциальных уравнений и алгебры» (EMJ-2019), Нур-Султан, 2019;
- международной научной конференции «Теоретические и прикладные вопросы математики, механики и информатики», Караганды, 2019;
- международная апрельская математическая конференция в честь Дня работников науки Республики Казахстан, Алматы, 2020;
- Республиканская научная конференция с участием зарубежных ученых «Современные методы математической физики и их приложения», Узбекистан, Ташкент, 2020;
- - XI Международная конференция Грузинского математического союза Батуми, Грузия, Батуми, 2021
- Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь Дня науки РК, Алматы 2023;
- международная научно-практическая конференция «Анализ, дифференциальные уравнения и их приложения», Астана, 2023;
- VII Всемирный конгресс математиков тюркского мира (TWMS Congress-2023), 20–23 сентября 2023 г., Туркестан, Казахстан
- Международная конференция «Современные проблемы математики, механики и их приложений», 20–22 июня 2024 г. Баку, Азербайджан;
- Международная конференция по математике и математическому образованию (ICMME-2024), Университет Невшехир Хаджи Бекташ Вели, Университет Каппадокии, Невшехир, Турция, 3–5 октября 2024 г.;

Были представлены доклады на научном семинаре «Функциональный анализ и его приложения» Евразийского научно-исследовательского института математики.

**Публикации.** Результаты диссертации опубликованы в 5 работах, из них 2 статьи в рейтинговом журнале, индексируемом в базах данных Scopus, WebofScience с процентилем CiteScore не ниже 25, 2 статьи в изданиях рекомендованных КОКСОН, также опубликовано 9 тезисов конференций, включая 3 зарубежных.

**Объем и структура диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы. Каждый раздел разделен на подразделы.

Нумерация формул состоит из трех показателей. Первый индекс указывает номер раздела, второй индекс указывает порядок подразделов раздела, третий индекс указывает порядок формул в этом подразделе. Общий объем диссертации 94 страницы.

**Количество использованных источников – 88.**

**Ключевые слова.** Весовое пространство Лебега, дискретный оператор, матричный оператор, неравенство типа Харди, монотонная последовательность.